

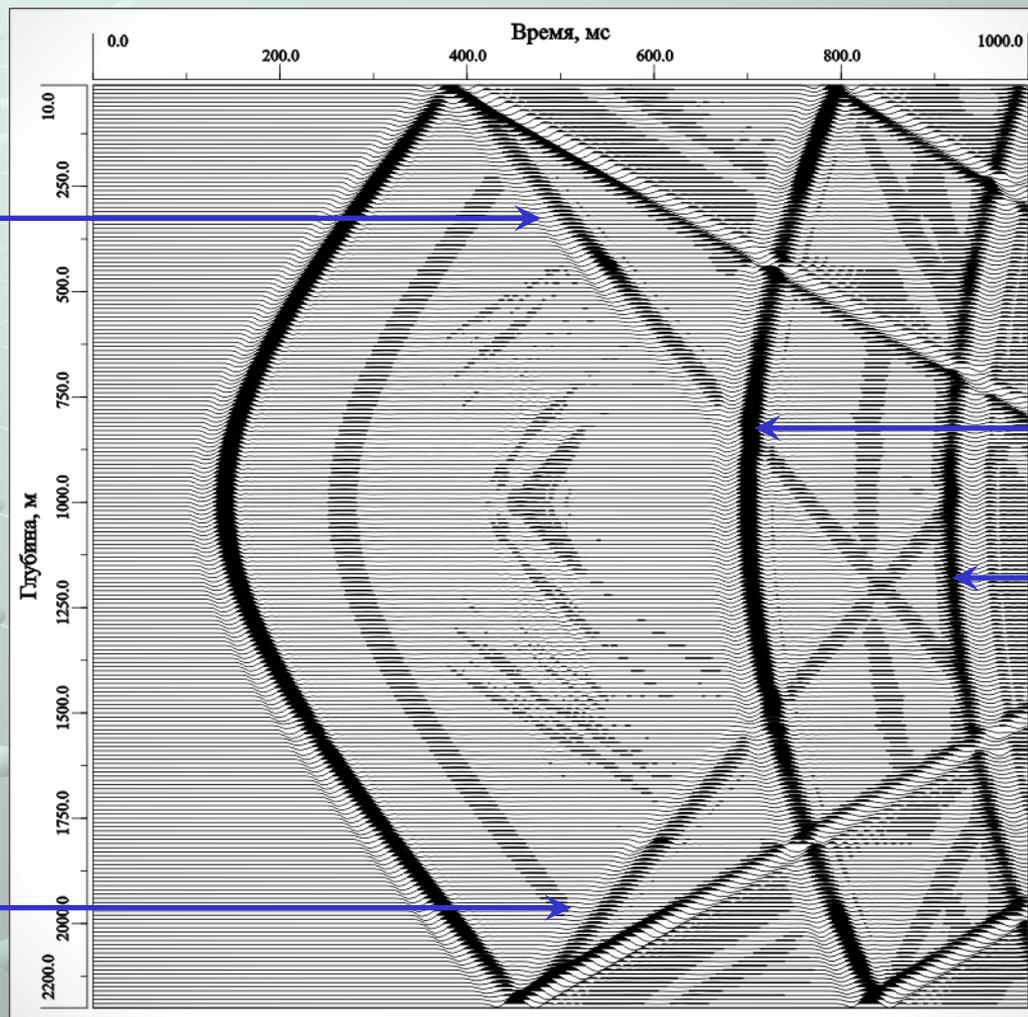
**ОПТИМИЗАЦИЯ ГРАНИЧНЫХ  
УСЛОВИЙ ПРИ  
МОДЕЛИРОВАНИИ  
ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ  
КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ**

# Постановка задачи

При конечно-разностном решении задач моделирования волновых полей одной из основных проблем является постановка **граничных условий**.

Она возникает в связи с тем, что при аппроксимации бесконечной среды конечной расчетной сеткой создаются **искусственные границы**, отражения от которых «нефизичны» и способны значительно **исказить** результат.

# Постановка задачи



Верхняя граница

Боковые границы

Нижняя граница

# Постановка задачи

Поэтому на границах области моделирования нужно вести расчет так, чтобы ***не допустить*** появления фиктивных отражений.

# Исследуемые условия

$$u_z = -\frac{1}{\beta} u_t \quad (P1)$$

$$u_z = -\frac{1}{\beta} u_t + \frac{\beta - \alpha}{\beta} w_x \quad (P3)$$

$$u_{zt} = -\frac{1}{\beta} u_{tt} + \frac{\alpha}{\beta} (\alpha - \beta) w_{xz} + \left( \frac{\alpha^2}{\beta} - \alpha + \frac{1}{2} \beta \right) u_{xx} \quad (P4)$$

Обозначения:

$(u, w)$  – вектор смещения;  
 $\alpha$  – скорость продольных волн;  
 $\beta$  – скорость поперечных волн.

$$u_z = w_x - \frac{u_t \sqrt{1 - (\alpha w_x / w_t)^2} + \alpha w_x}{\beta \left( \sqrt{(1 - (\alpha w_x / w_t)^2) (1 - (\beta u_x / u_t)^2)} + \alpha \beta \left| w_x u_x / (w_t u_t) \right| \right)}$$

$$w_z = -u_x - \frac{w_t \sqrt{1 - (\beta u_x / u_t)^2} - \beta u_x}{\alpha \left( \sqrt{(1 - (\alpha w_x / w_t)^2) (1 - (\beta u_x / u_t)^2)} + \alpha \beta \left| w_x u_x / (w_t u_t) \right| \right)}$$

(Новая схема)

# Сравнение эффективности

В качестве критерия эффективности граничных условий было выбрано отношение амплитуд отраженных волн к амплитуде падающей волны (в процентах).

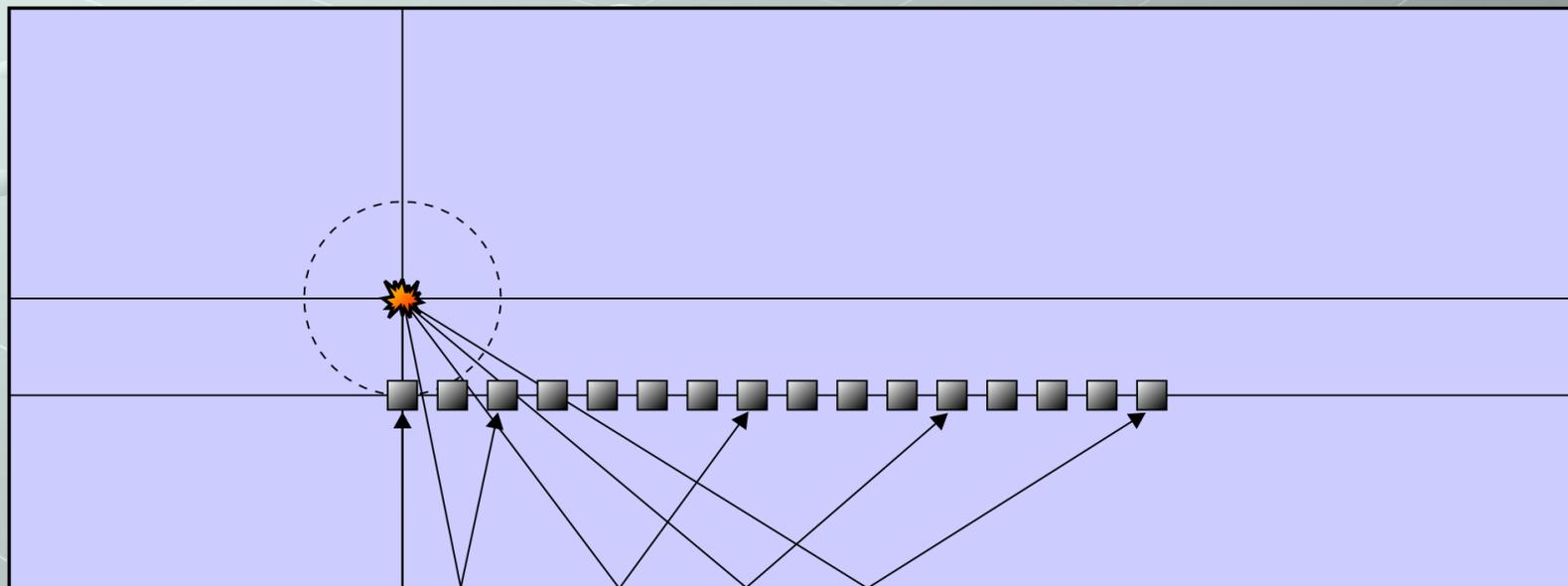
Меньшее значение критерия соответствует большей эффективности.



# Сравнение эффективности

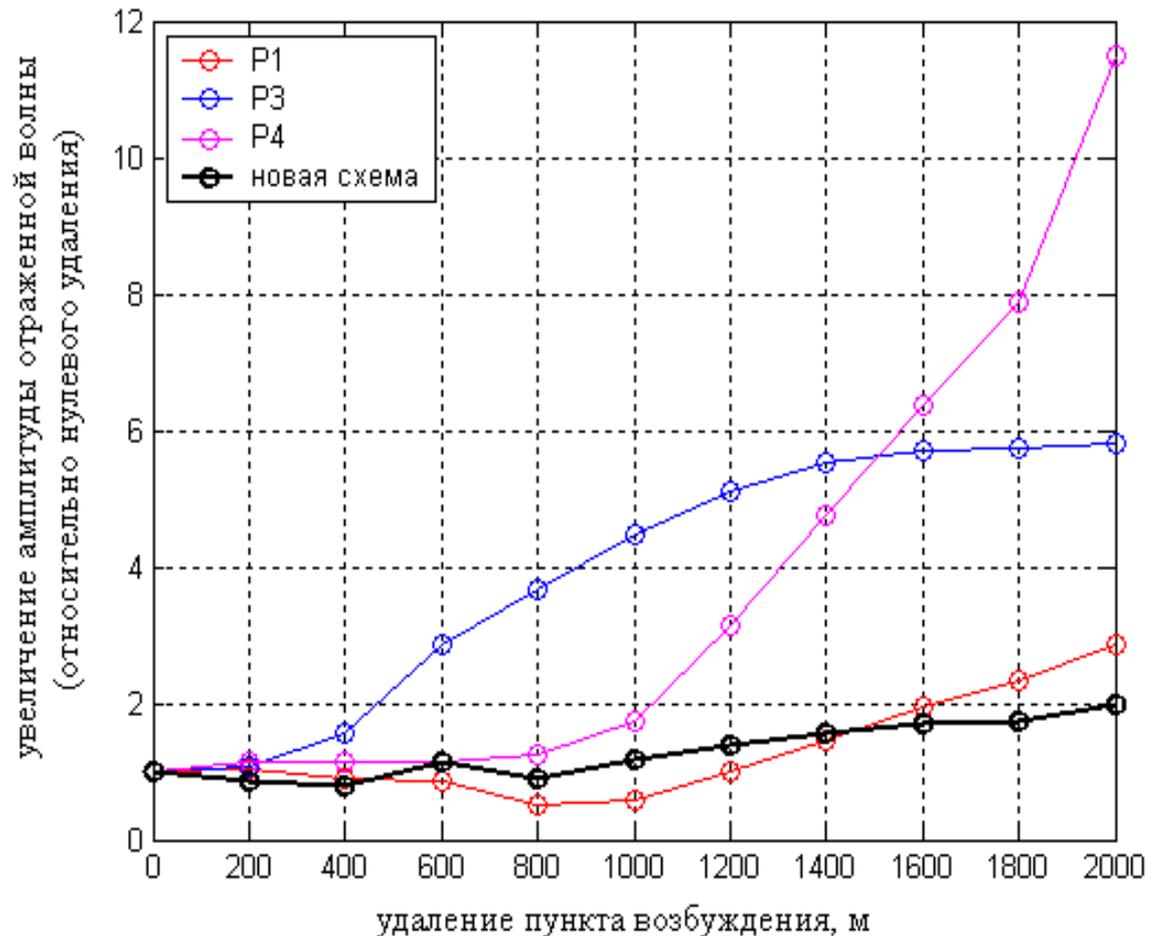
Для получения зависимости эффективности граничных условий от угла падения волны на границу была использована специальная система наблюдений.

В этой системе большему удалению ПВ соответствует больший угол (с нормалью) падения.

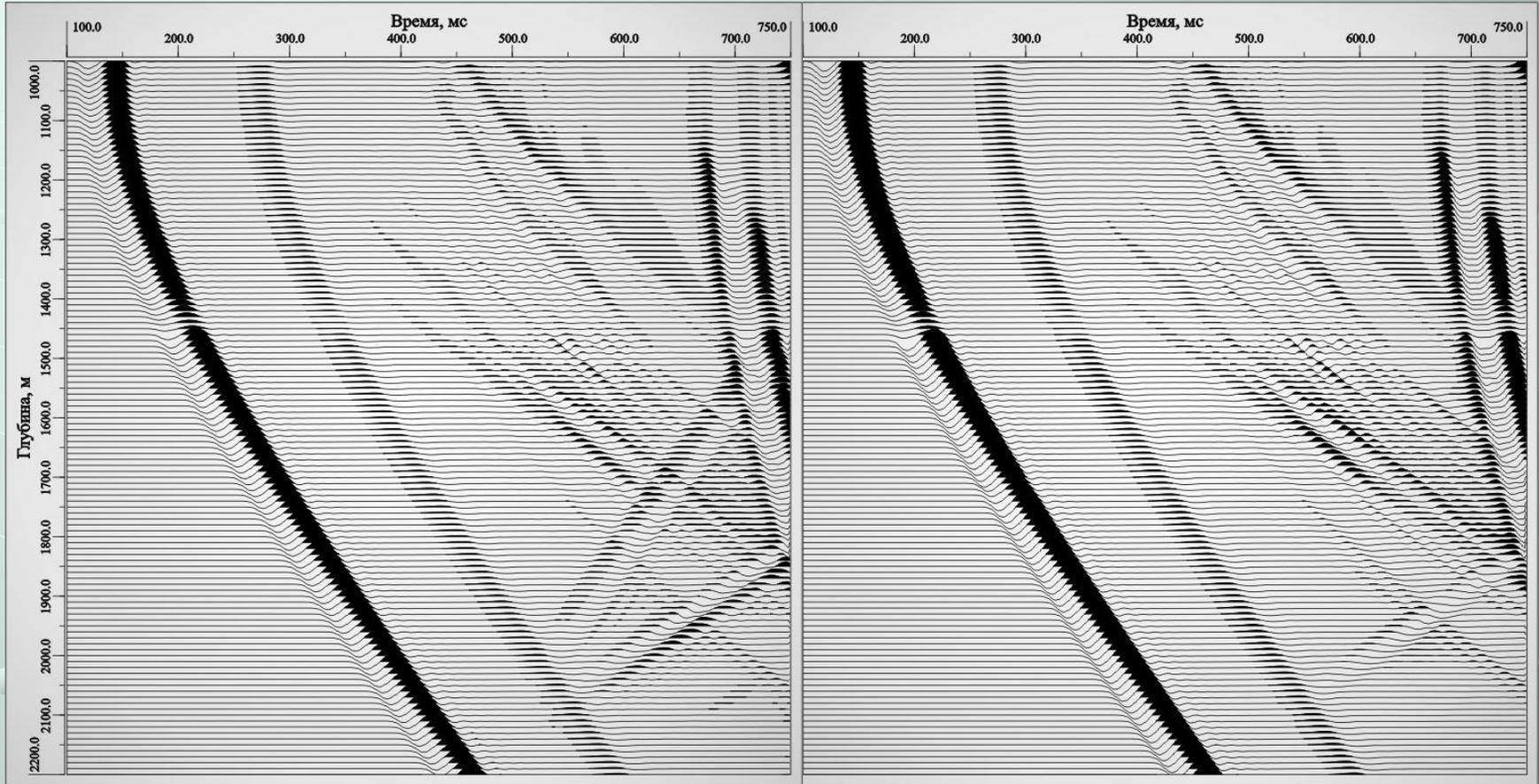


# Сравнение эффективности

Проведенные исследования показали, что новое условие в наименьшей степени зависит от угла падения волны на границу.



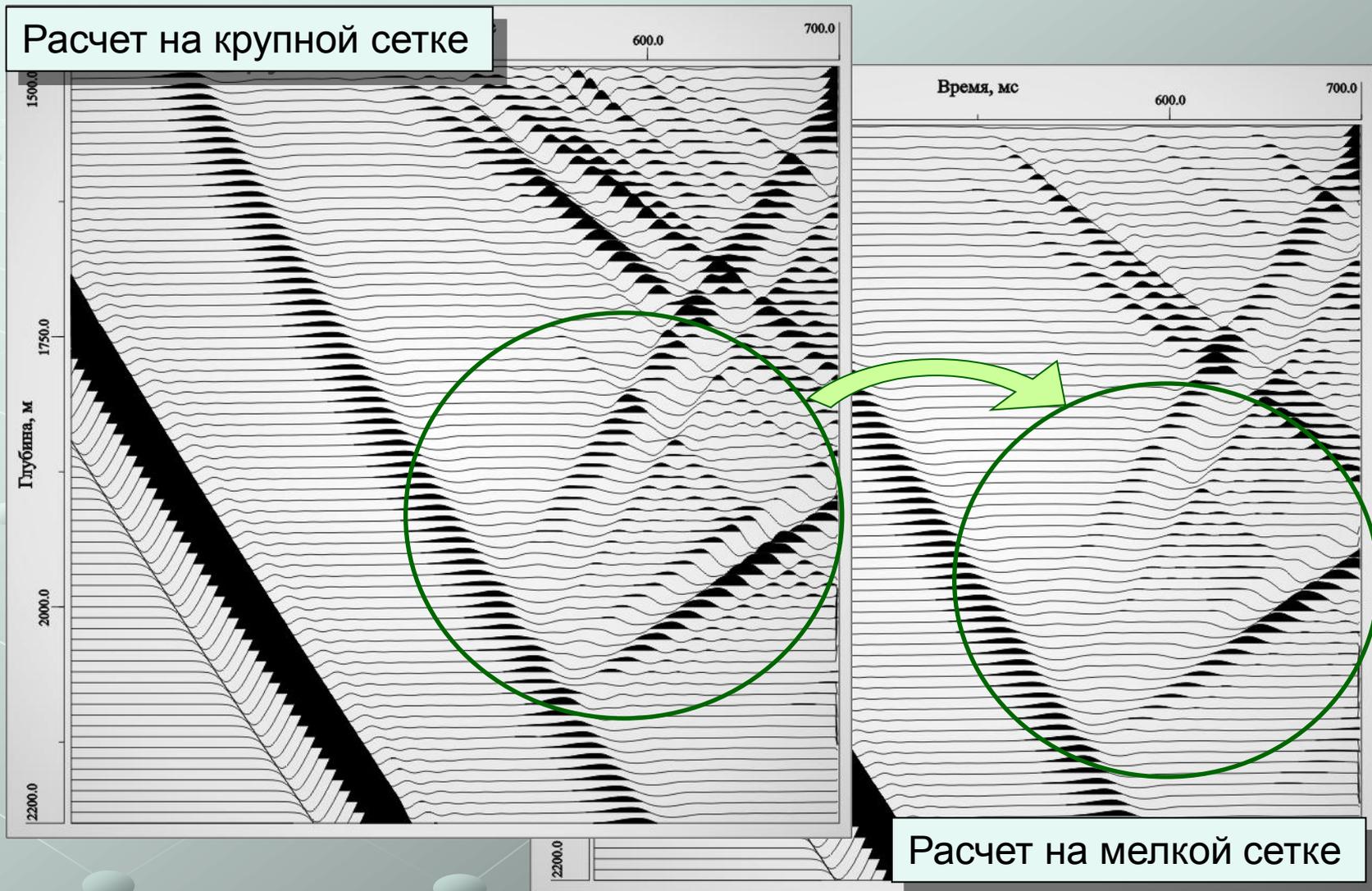
# Результаты моделирования



Результат применения новой  
предложенной схемы

Результат применения схемы Р4

# Зависимость от шага пространственной сетки



# Предложение по оптимизации

Использование наиболее эффективной схемы (P4)

Использование меньшего шага дискретизации по пространству

Условие устойчивости

Увеличение времени счета в  $k^3$  раз

**Оптимальный результат**

Обозначения:  $k$  – коэффициент уменьшения шага сетки.

# Предложение по оптимизации

Использование наиболее эффективной схемы (P4)

Измельчение пространственной сетки в небольшом приграничном слое

Условие устойчивости

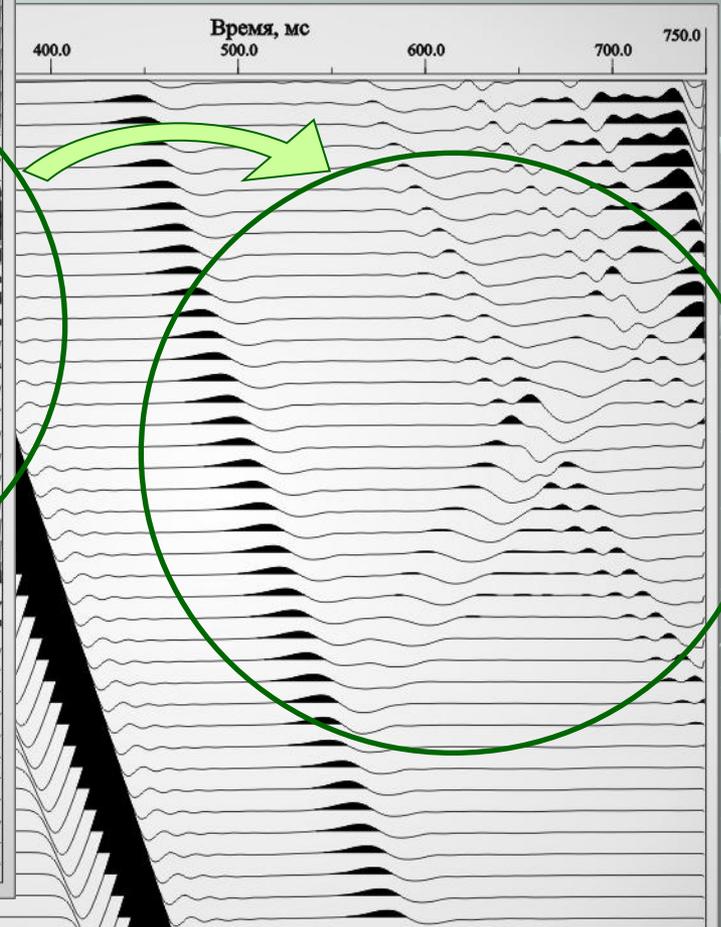
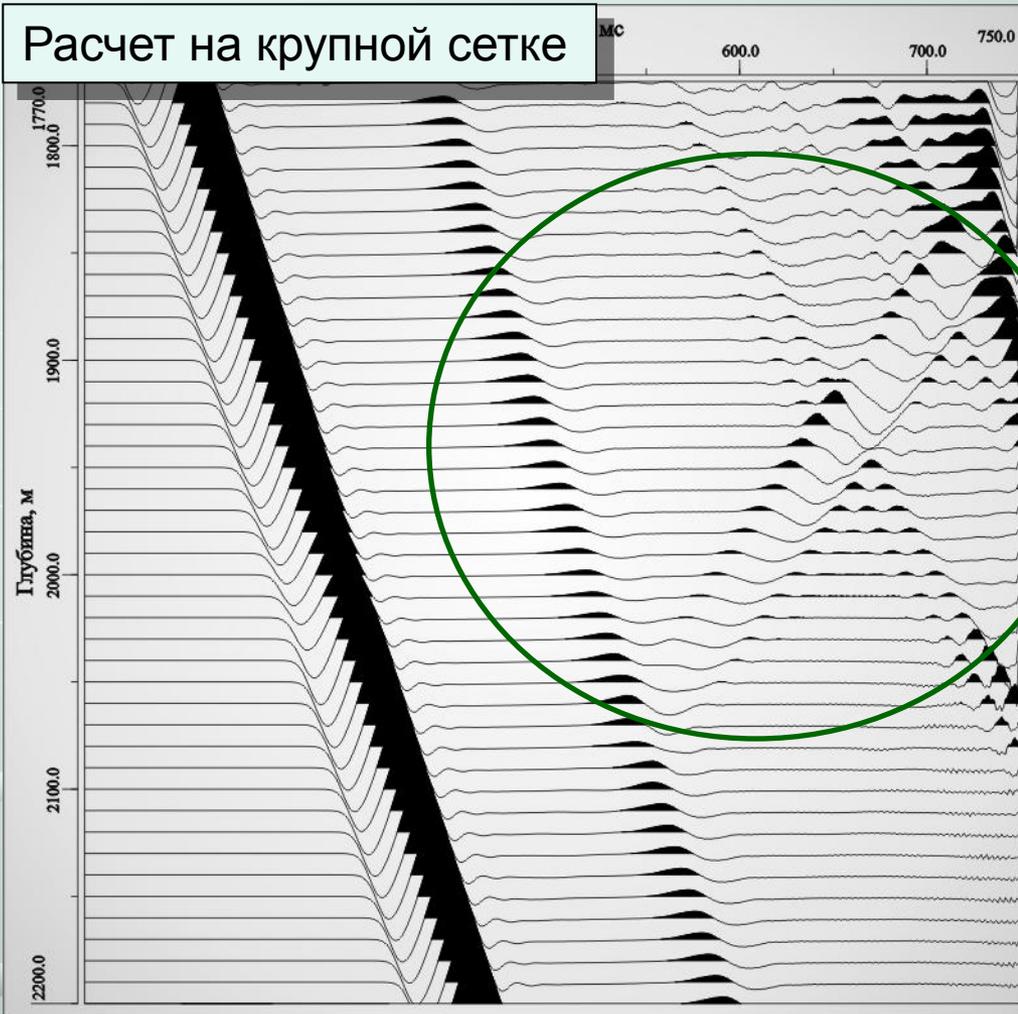
Увеличение времени счета в  $O(k)$  раз

**Оптимальный результат**

Обозначения:  $k$  – коэффициент уменьшения шага сетки.

# Предложение по оптимизации

Расчет на крупной сетке



Расчет на переменной сетке

2200.0

# Выводы и результаты

- Предложено **новое граничное условие** для подавления искусственных отражений с использованием первых производных смещений. Оно дает лучшие результаты, чем другие аналогичные соотношения, и при этом **слабо зависит от угла** падения волны на границу;
- Наиболее **эффективным** является условие, использующее **вторые производные**;
- Для улучшения действия любых схем целесообразно **измельчать шаг** пространственной сетки вблизи границы области моделирования. В этом случае эффект достигается при незначительном увеличении времени счета;
- **Оптимального результата** можно достичь, используя схему Р4 (или лучшую) в комплексе с более мелким шагом дискретизации по пространству.