

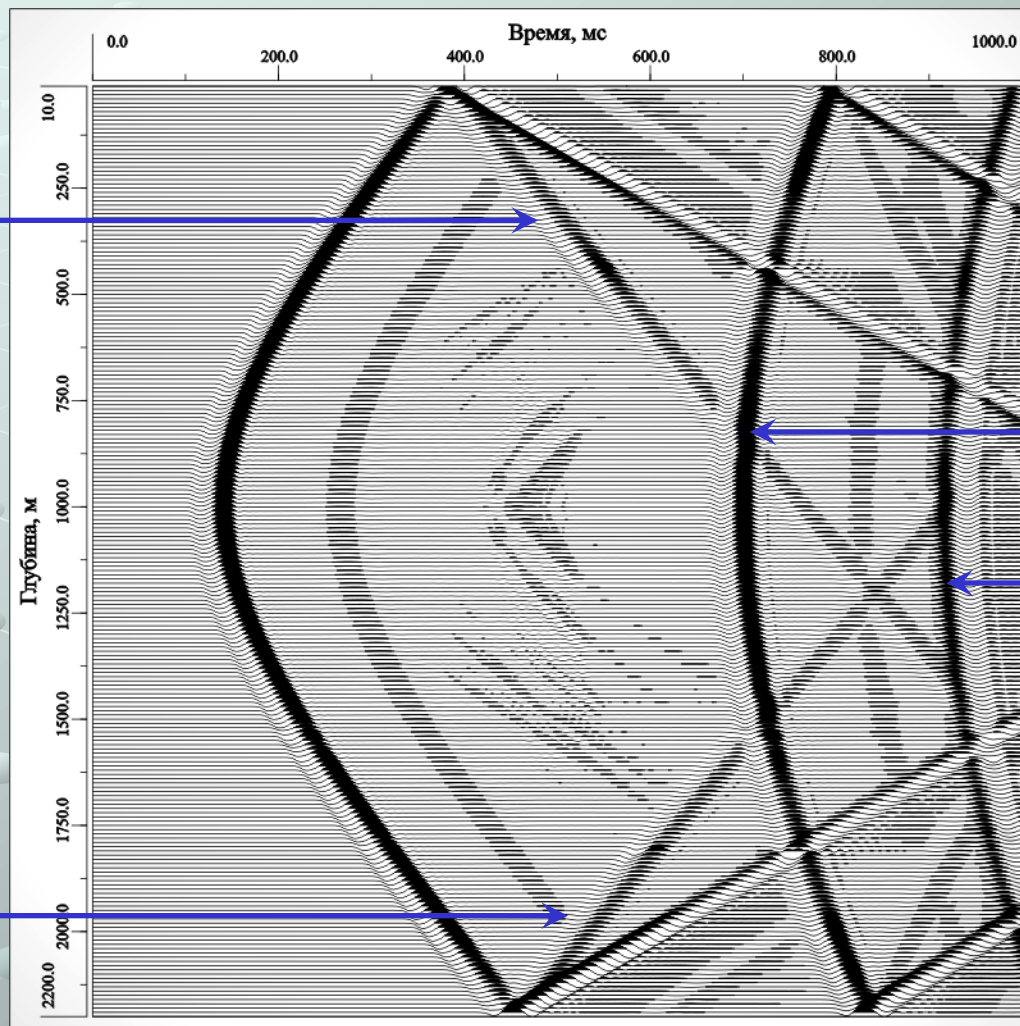
**ОПТИМИЗАЦИЯ ГРАНИЧНЫХ
УСЛОВИЙ ПРИ
МОДЕЛИРОВАНИИ
ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ
КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ**

Постановка задачи

При конечно-разностном решении задач моделирования волновых полей одной из основных проблем является постановка ***граничных условий***.

Она возникает в связи с тем, что при аппроксимации бесконечной среды конечной расчетной сеткой создаются ***искусственные границы***, отражения от которых «нефизичны» и способны значительно ***исказить*** результат.

Постановка задачи



Верхняя граница

Боковые границы

Нижняя граница

Постановка задачи

Поэтому на границах области моделирования нужно вести расчет так, чтобы ***не допустить*** появления фиктивных отражений.

Исследуемые условия

$$u_z = -\frac{1}{\beta} u_t \quad (P1)$$

$$u_z = -\frac{1}{\beta} u_t + \frac{\beta - \alpha}{\beta} w_x \quad (P3)$$

$$u_{zt} = -\frac{1}{\beta} u_{tt} + \frac{\alpha}{\beta} (\alpha - \beta) w_{xz} + \left(\frac{\alpha^2}{\beta} - \alpha + \frac{1}{2} \beta \right) u_{xx} \quad (P4)$$

Обозначения:

(u, w) – вектор смещения;

α – скорость продольных волн;

β – скорость поперечных волн.

$$u_z = w_x - \frac{u_t \sqrt{1 - (\alpha w_x / w_t)^2} + \alpha w_x}{\beta \left(\sqrt{(1 - (\alpha w_x / w_t)^2) (1 - (\beta u_x / u_t)^2)} + \alpha \beta |w_x u_x / (w_t u_t)| \right)}$$

$$w_z = -u_x - \frac{w_t \sqrt{1 - (\beta u_x / u_t)^2} - \beta u_x}{\alpha \left(\sqrt{(1 - (\alpha w_x / w_t)^2) (1 - (\beta u_x / u_t)^2)} + \alpha \beta |w_x u_x / (w_t u_t)| \right)}$$

(Новая схема)

Сравнение эффективности

В качестве критерия эффективности граничных условий было выбрано отношение амплитуд отраженных волн к амплитуде падающей волны (в процентах).

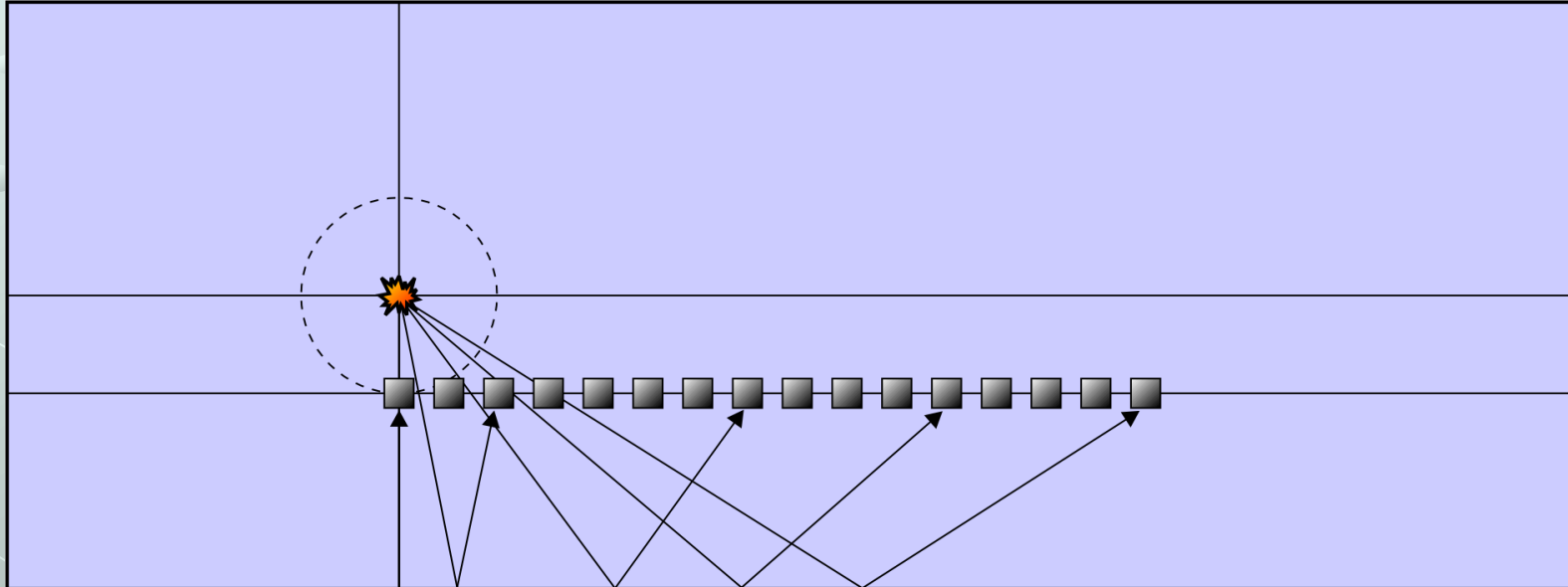
Меньшее значение критерия соответствует большей эффективности.



Сравнение эффективности

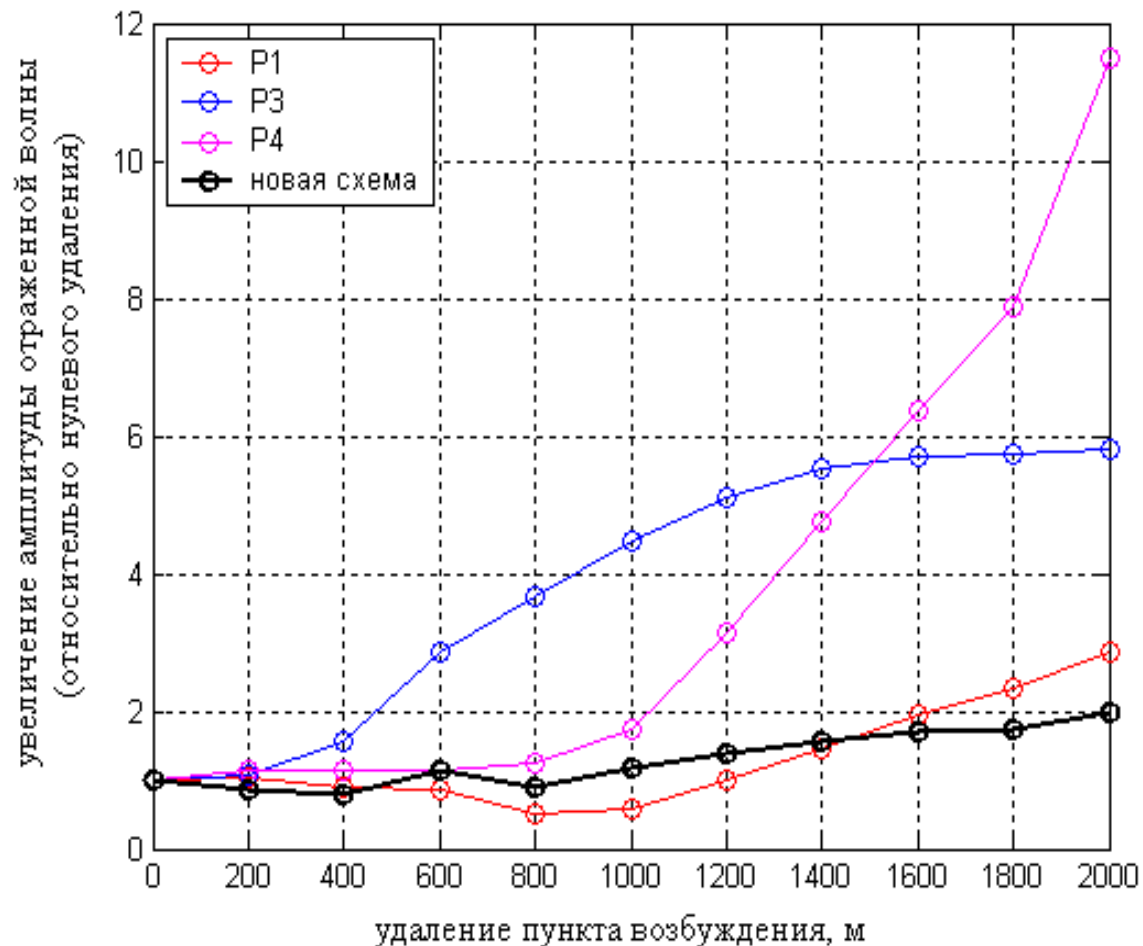
Для получения зависимости эффективности граничных условий от угла падения волны на границу была использована специальная система наблюдений.

В этой системе большему удалению ПВ соответствует больший угол (с нормалью) падения.

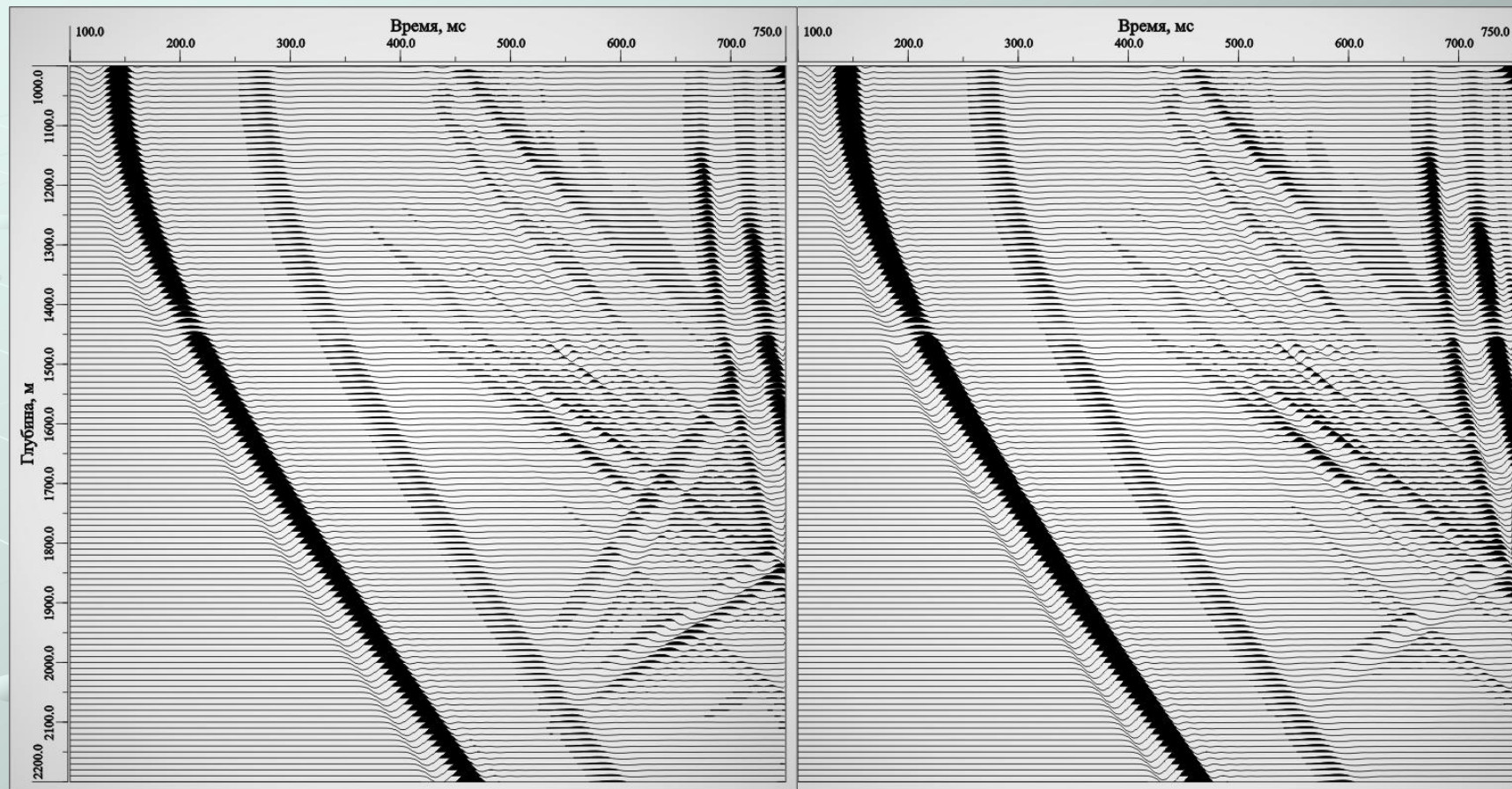


Сравнение эффективности

Проведенные исследования показали, что новое условие в наименьшей степени зависит от угла падения волны на границу.



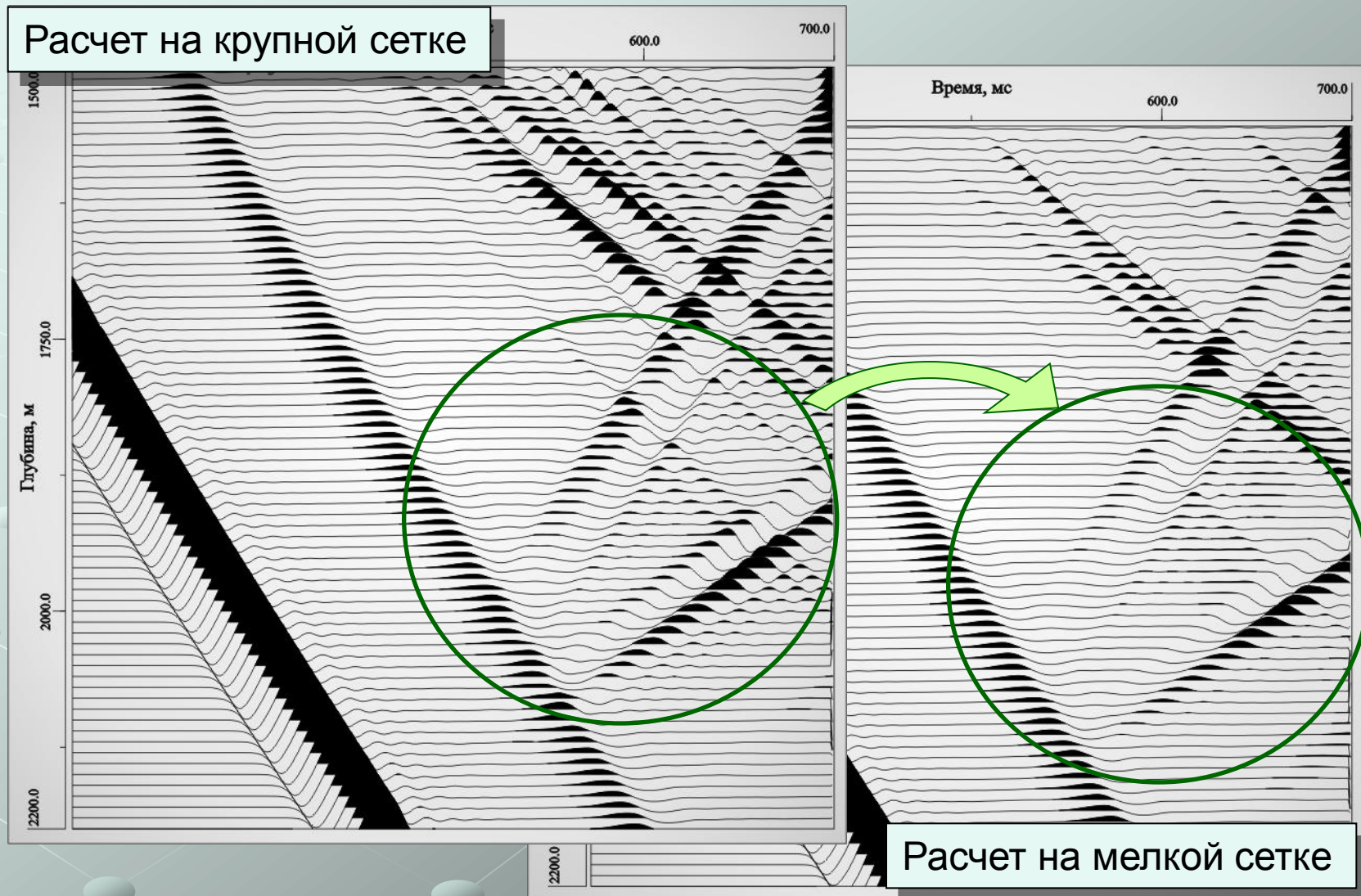
Результаты моделирования



Результат применения новой
предложенной схемы

Результат применения схемы Р4

Зависимость от шага пространственной сетки



Предложение по оптимизации

Использование
наиболее
эффективной
схемы (P4)

Использование
меньшего шага
дискретизации по
пространству

Условие
устойчивости

Увеличение времени
счета в k^3 раз

**Оптимальный
результат**

Обозначения: k – коэффициент уменьшения шага сетки.

Предложение по оптимизации

Использование
наиболее
эффективной
схемы (P4)

Измельчение
пространственной
сетки в небольшом
приграничном слое

Условие
устойчивости

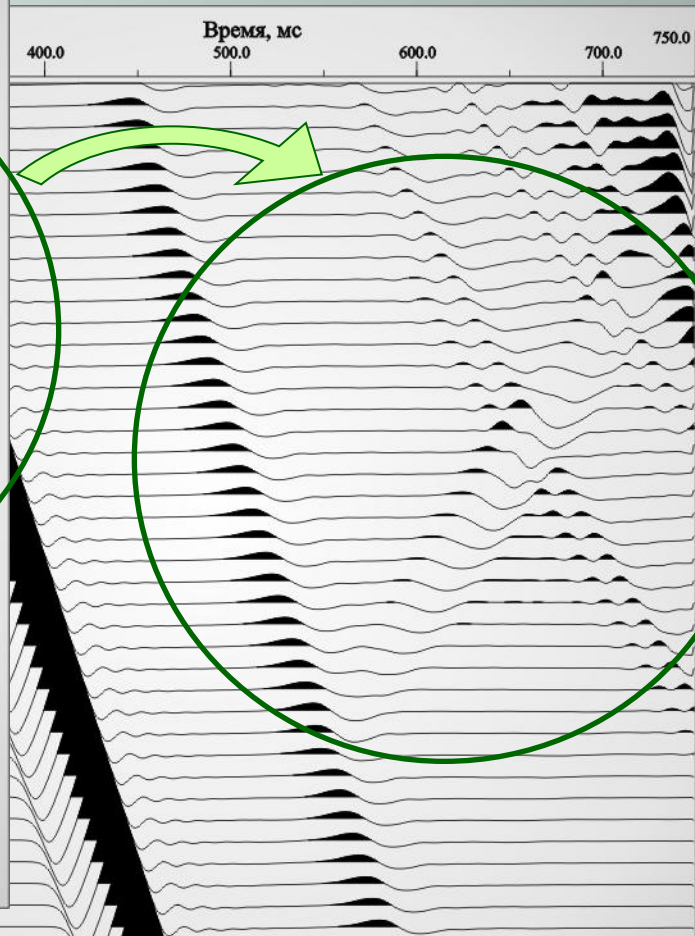
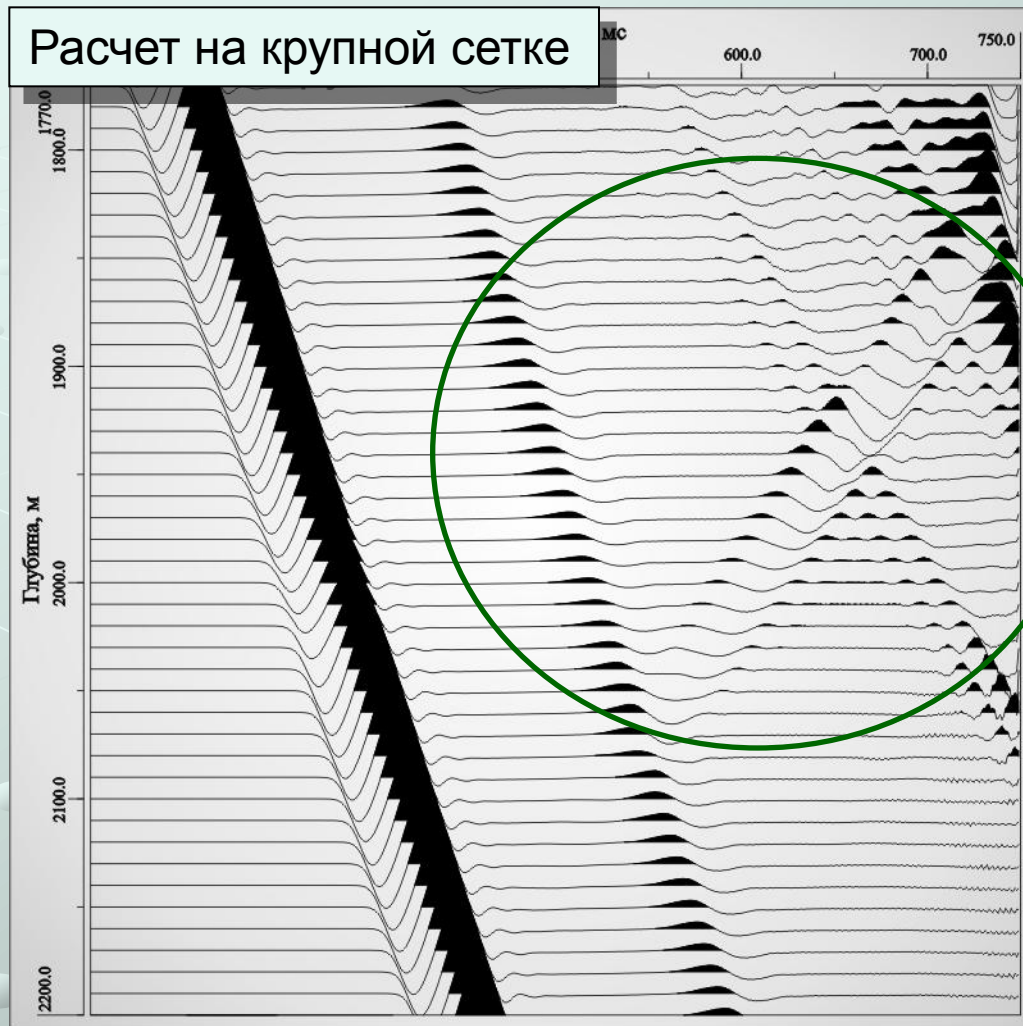
Увеличение времени
счета в $O(k)$ раз

**Оптимальный
результат**

Обозначения: k – коэффициент уменьшения шага сетки.

Предложение по оптимизации

Расчет на крупной сетке



Расчет на переменной сетке

Выводы и результаты

- Предложено **новое граничное условие** для подавления искусственных отражений с использованием первых производных смещений. Оно дает лучшие результаты, чем другие аналогичные соотношения, и при этом **слабо зависит от угла** падения волны на границу;
- Наиболее **эффективным** является условие, использующее **вторые производные**;
- Для улучшения действия любых схем целесообразно **измельчать шаг** пространственной сетки вблизи границы области моделирования. В этом случае эффект достигается при незначительном увеличении времени счета;
- **Оптимального результата** можно достичь, используя схему Р4 (или лучшую) в комплексе с более мелким шагом дискретизации по пространству.