ВЕКТОРНАЯ МИГРАЦИЯ ДАННЫХ ВСП

А.В. Баев, И.В. Яковлев, А.А. Табаков, И.Е. Солтан

1. Постановка задачи

1.1. Введение. Метод миграции сейсмических волновых полей является одним из основных инструментов интерпретации данных сейсморазведки. Этот метод является, по существу, следующей двухэтапной процедурой. Вначале производится продолжение зарегистрированных приемниками сейсмических полей в геологическую среду, описываемую опорной моделью, а затем – инверсия волновых полей во внутренних точках среды.

Процедуры миграции волнового поля могут выполняться на основе лучевого подхода либо продолжением сейсмического поля с помощью метода конечных разностей. В последнем случае приходится решать нестационарные задачи продолжения полей с обратным временем. При задании исходных данных для таких задач в методе ВСП возникают трудности, связанные с привлечением дополнительной информации в околоскважинном пространстве.

Результатом описанной миграции является волновое поле, первоначально заданное в точках приема, а затем продолженное в геологическую среду. Мигрированное волновое поле качественно отражает изучаемый геологический разрез в том смысле, что наибольшее изменение поля соответствует искомым рассеивающим неоднородностям среды, таким как границы слоев, нарушения границ и т. д.

Вторым этапом процедуры миграции является построение изображения среды по мигрированному полю, то есть, по сути, решение задачи инверсии. Практически все известные подходы в этой области основаны на эвристическом положении, высказанном J. Claerbout в первых работах по миграции [1]. Суть его состоит в том, что коэффициент отражения равен отношению амплитуд мигрированного и первично падающего поля.

Ясно, что такой подход неприменим при инверсии векторных полей упругих смещений для определения векторного коэффициента отражения, то есть коэффициента, соответствующего направлению вдоль нормали к отражающей границе. Кроме того, этот подход предполагает наличие информации об источнике сейсмических волн, что представляет самостоятельную проблему.

В задачах миграции данных ВСП возникает еще одна дополнительная трудность по сравнению с наземной сейсмикой. Как известно [2], процедура миграции требует задания в качестве исходных данных не только полей смещений (или скоростей смещений), но и их пространственных производных. Для наземной сейсмики такое дополнительное условие возникает естественно в силу наличия свободной дневной поверхности. В методе ВСП ситуация принципиально изменяется, и такого дополнительного условия нет. Кроме того, наземная сейсмика теоретически способна обеспечить полную апертуру регистрации полей, тогда как в методе ВСП апертура ограничена глубиной скважины. Последнее обстоятельство делает применение процедур миграции, основанных на продолжении полей с использованием формул Кирхгоффа и Грина, теоретически несостоятельным.

1.2. Описание подхода. В работе предлагается метод миграции, основанный на оптимизационной постановке. В качестве исходных данных используются трехкомпонентные (векторные) трассы ВСП в схеме с поверхностным источником. Предполагается, что априорно задаваемая опорная модель среды правильно отражает основные скоростные параметры разреза. Форма импульса источника считается неизвестной.

Прежде чем переходить к математической постановке задачи, дадим качественное описание предлагаемого подхода. Первым основным моментом метода является то, что зарегистрированное на скважине волновое поле используется не как краевое условие, а как источник волн в задаче продолжения с обратным временем. Такой подход теоретически снимает проблему задания исходной информации при неполной апертуре и знания выводящих производных.

Второй основной чертой предлагаемого метода является четкое разделение этапов миграции и инверсии векторных полей. Дело в том, что продолжение сейсмического поля со скважины в опорную среду является линейной задачей. Несмотря на то, что эта задача некорректна, удается построить устойчивый метод ее решения. Задача построения изображения среды, то есть инверсия продолженного поля, является нелинейной и также некорректной. Поскольку для решения этой задачи можно привлечь существенную априорную информацию о среде, то такое разделение миграции и инверсии оказывается наиболее эффективным. Кроме того, при таком подходе продолженное поле подвергается обработке в режиме стандартной интерпретации данных ВСП на скважине. Такая скважина является, очевидно, воображаемой, а сам процесс построения изображения среды оказывается процедурой инверсии в каждом из сечений, как правило, вертикальном.

1.3. Формулировка задачи. Пусть распространение упругих волн в рассматриваемой области Ω описывается уравнением

$$\mathbf{u}_{tt} - L\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [-t_0, T],$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ — вектор смещений, L — оператор Ламэ в неоднородной среде, $\mathbf{F}(\mathbf{r},t)$ — источник колебаний такой, что $\mathbf{F}(\mathbf{r},t) = 0$ вне $\Omega_0 \subset \Omega$ или при $t \in [0,T]$. Оператор упругости L соответствует неизвестной среде с акустической жесткостью $\varkappa = \varkappa(\mathbf{k})$, которой соответствует векторный коэффициент отражения $\mathbf{k}(\mathbf{r}) = -(2\varkappa)^{-1}\nabla\varkappa$.

Задание опорной модели среды с жесткостью $\varkappa_0$, соответствующей коэффициенту отражения $\mathbf{k}_0$, определяет L^0 такой, что

$$\mathbf{u}_{tt} - L^0\mathbf{u} + \hat{\mathbf{R}}\delta\mathbf{k} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [-t_0, T], \tag{1.1}$$

где $\hat{\mathbf{R}}$ – тензор рассеяния, выражающийся через тензор напряжений $\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}^0)$, $\delta\mathbf{k} = \mathbf{k} - \mathbf{k}^0$, $\mathbf{u}^0$ – решение (1.1) при $\mathbf{k} = \mathbf{k}^0$.

На границе области Ω задаются диссипативные условия, соответствующие отсутствию отраженных волн. Начальные условия полагаются нулевыми. В качестве исходной информации для процедуры миграции задается векторное поле смещений на скважине – множестве $\Omega_1 \subset \Omega$:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r},t) = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{r},t), \quad \mathbf{r} \in \Omega_1, \quad t \in [0,T].$$

Окончательной задачей является построение изображения среды с акустическим импедансом $\varkappa(\mathbf{k})$ и определение векторного коэффициента $\mathbf{k}(\mathbf{r})$ в каждой точке $\mathbf{r}$ области $\Omega \backslash \Omega_0$.

2. Продолжение волнового поля

2.1. Вариационная постановка. Будем искать продолжение волнового поля $\tilde{\mathbf{u}}$ с множества Ω_1 на Ω как такое поле, которое, с одной стороны, наименее уклоняется от $\tilde{\mathbf{u}}$ на Ω_1, а с другой, является волновым полем в области $\Omega \backslash \Omega_1$. Продолженное таким образом поле $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ является решением следующей вариационной задачи с ограничениями:

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^T \int_{\Omega_1} \|\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}\|^2 \, d\mathbf{r} dt \to \min_{\mathbf{u}} \tag{2.1}$$

при условии, что

$$\mathbf{u}_{tt} - L^0 \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0,T], \tag{2.2}$$

и выполняются диссипативные граничные условия.

Для решения этой вариационной задачи воспользуемся методом множителей Лагранжа. Множитель Лагранжа $\mathbf{U}(\mathbf{r},t)$ является решением следующей начально-краевой задачи, называемой сопряженной:

$$\mathbf{U}_{tt} - L^0 \mathbf{U} = \chi(\Omega_1)\left(\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}\right), \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0,T], \tag{2.3}$$

где $\chi(\Omega_1)$ — характеристическая функция множества Ω_1. Для функции **U** ставятся нулевые начальные условия при $t = T$ и диссипативные краевые условия при $t \in [0,T]$. Поставленная таким образом задача является задачей с обратным временем.

2.2. Продолжение поля. Из детального рассмотрения вариационной задачи следует, что $\operatorname{grad} J(\mathbf{u}) = -\mathbf{U}_t$. Знание градиента функционала $J(\mathbf{u})$ позволяет построить продолженное поле на основе итерационного метода минимизации. Практика показывает, что уже первая итерация дает достаточно хорошее приближение к продолженному полю. Это объясняется тем, что первая итерация полностью содержит информацию об однократно отраженных волнах.

Для начала процедуры минимизации требуется задать начальное приближение $\mathbf{u}^0$. Зададим его как решение уравнения

$$\mathbf{u}_{tt} - L^0\mathbf{u} = \chi(\Omega_1)\left(\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}\right), \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0,T], \tag{2.4}$$

с нулевыми начальными условиями при $t = T$ и диссипативными граничными условиями. Сопоставляя (2.3) и (2.4) заключаем, что $\mathbf{U}^0 = \mathbf{u}^0$. Из этого следует, что, согласно методу спуска для шага α_0

$$\mathbf{u}^1 = \mathbf{u}^0 + \alpha_0\mathbf{u}_t^0, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0,T],$$

и $\mathbf{u}^1 \approx \tilde{\mathbf{u}}$ на Ω_1. Заметим, что последнее приближенное равенство становится точным, если

$$\tilde{\mathbf{u}}_{tt} - L^0\tilde{\mathbf{u}} = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega_1, \quad t \in [0,T],$$

то есть опорная модель среды точно соответствует зарегистрированному полю.

3. Инверсия продолженного поля

3.1. Вариационная постановка. Задачу построения изображения среды по векторному полю, зарегистрированному на скважине, сформулируем следующим образом. Найти такой коэффициент отражения $\mathbf{k}(\mathbf{r})$ в области Ω, чтобы соответствующее ему поле $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}$

наименее уклонялось от $\tilde{\mathbf{u}}$ на Ω_1 при $t \in [0,T]$. Такая постановка приводит к задаче минимизации по $\mathbf{k}$ функционала

$$\Phi(\mathbf{k}) = \int_0^T \int_{\Omega_1} \left\| \mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}} \right\|^2 d\mathbf{r} dt \tag{3.1}$$

при условии

$$\mathbf{u}_{tt} - L\mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0,T].$$

Очевидно, что решение этой задачи приводит к такому же результату, что и инверсия продолженного поля. Однако функционал (2.1), определяющий продолженное поле, является квадратичным, а (3.1) нет, поэтому решение задачи (2.1) предпочтительнее. При этом нелинейность процедуры миграции проявляется только в процессе инверсии продолженного поля. Для решения последней задачи авторами разработан устойчивый алгоритм, рассмотренный ниже.

Следует заметить, что функционал (3.1) обладает следующим важным свойством, вытекающим из природы рассматриваемой задачи. Если $\tilde{\mathbf{u}}$ задано точно, то (3.1) имеет единственную точку минимума, в которой $\Phi_{\min} = 0$.

3.2. Построение изображения. Анализ продолженного поля показывает, что его особенности отражают наличие рассеивателей в опорной среде. Для их определения построим процедуру минимизации функционала (3.1) с помощью метода градиентного спуска. При построении градиента $\Phi(\mathbf{k})$ используем метод множителей Лагранжа. Оказывается, что множитель Лагранжа $\mathbf{U}(\mathbf{r},t)$ удовлетворяет той же задаче с обратным временем, что и для продолженного поля.

Из детального рассмотрения задачи минимизации $\Phi(\mathbf{k})$ следует, что

$$\operatorname{grad} \Phi(\mathbf{k}) = -\frac{2}{\varkappa(\mathbf{k})} \int_0^T \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}_{\mathbf{k}}) \mathbf{U}_{\mathbf{k}} dt.$$

Таким образом, метод градиентного спуска в точке $\mathbf{k}^0$ дает следующий результат:

$$\delta \mathbf{k} = \frac{2\alpha_0}{\varkappa_0} \int_0^T \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{u}^0)\mathbf{u}^0 dt, \tag{3.2}$$

где параметр α_0 выбирается из условия $J(\mathbf{u}^0 + \alpha \mathbf{u}_t^0) \to \min_{\alpha}$.

Формула (3.2) показывает, что продолженное волновое поле однозначно определяет векторный коэффициент отражения. При численном моделировании, наряду с (3.2), использовался и другой алгоритм, использующий селекцию трасс ВСП по скоростям.

Заметим, что в одномерном скалярном варианте формула (3.2) дает следующий результат:

$$\delta k(x) = c(k^0) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^T \left| u^0(x,t) \right|^2 dt, \tag{3.3}$$

где величина $c(k^0)$ эффективно определяется. Последняя формула показала хорошее совпадение с параметрами модели при проведении вычислительных экспериментов [5].

3.3. Лучевая инверсия. Рассмотрим альтернативный подход к определению векторного коэффициента отражения, основанный на использовании информации о соотношении различных типов волн в той или иной точке среды. В частности, такую информацию (в виде векторных трасс однократных отражений) можно получить в результате стандартной обработки трехкомпонентных данных ВСП. В соответствии с предлагаемым методом, вначале из условия непрерывности полного вектора смещений определяются кинематические характеристики среды (отношения скоростей) и направление нормали к предполагаемой границе. Вектор смещений в каждой точке среды складывается из векторов прямой, отраженной продольной, отраженной поперечной и преломленной поперечной волн. Затем, с использованием условия непрерывности напряжений, восстанавливается величина соотношения плотностей. И, наконец, на основе полученных величин могут быть получены значения коэффициентов отражения, как для продольных, так и для поперечных волн.

Формально, поставим задачу следующим образом: для произвольной гладкой внутренней границы $\Gamma = \Omega^- \cap \Omega^+$ и векторов $\mathbf{n} \perp \Gamma$ и $\mathbf{l} \perp \mathbf{n}$:

1) Решение задачи минимизации по кинематическим параметрам среды: $[(\mathrm{grad}\mathbf{u})\mathbf{l}]_\Gamma = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{n}, \quad \mathbf{d} = \{d_j\}_{j=1,2,3}$,

$$d_1 = v_P^- \big/ v_P^+, \quad d_2 = v_P^- \big/ v_S^-, \quad d_3 = v_P^- \big/ v_S^+.$$

2) Решение задачи минимизации по плотностным характеристикам среды: $[\hat{\boldsymbol{\sigma}}_\mathbf{u}\mathbf{n}]_\Gamma = 0, \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho^+ \big/ \rho^-$.

3) Определение величин коэффициентов отражения: $k_P = \dfrac{d_1 - \rho}{d_1 + \rho}, \quad k_S = \dfrac{d_3 - \rho d_2}{d_3 + \rho d_2}$.

   Векторные коэффициенты отражения равны $\mathbf{k}_P = k_P\mathbf{n}$ и $\mathbf{k}_S = k_S\mathbf{n}$.

4. Численное моделирование

4.1. Прямая задача. Для опробования разработанного метода векторной миграции сейсмических волновых полей был проведен следующий вычислительный эксперимент. В среде с двумя границами раздела (горизонтальная и наклонная) для источника продольных волн, расположенном на удалении 500 м от вертикальной скважины (рис.1) было рассчитано векторное волновое поле ВСП в интервале глубин 10–2990 м (рис. 2, слева). Скорости продольных волн в пластах равны, соответственно, 2500 м/с, 3000 м/с и 6000 м/с, скорости поперечных волн взяты вдвое меньшими, плотность постоянна во всей области и взята равной 2 г/см^3.

Решение уравнения распространения упругих колебаний осуществлялось методом конечных разностей с применением консервативной разностной схемы, описанной в [3]. Размер пространственной ячейки при моделировании по обеим координатам положен равным 2 м, шаг дискретизации по времени в соответствии с условием устойчивости для разностных схем взят равным 0.2 мс. Для исключения влияния границ расчетной области на результат моделирования были использованы неотражающие краевые условия второго порядка [4] (кроме верхней границы, которая считалась свободной поверхностью).

4.2. Конечно-разностная миграция. Исходное волновое поле было продолжено в обратном времени со скважины во внутренние точки среды в направлении источника. Мигрированные поля на расстоянии 100 м и 300 м от скважины в сопоставлении с исходным волновым полем приведены на рис. 2 (x-компонента). Можно отметить, что все типы волн, образованные прямой волной и рассеянием на границах, хорошо сфокусированы на соответствующих временах.

Результаты инверсии в соответствии с формулами (3.2)-(3.3) были рассмотрены в работе [5]. Здесь мы остановимся на опробовании алгоритма лучевой инверсии. Для этого была проведена обработка исходного поля и поля, продолженного на 100 м: выделение всех типов волн на обеих границах, деконволюция, расчет трехкомпонентных трасс однократных отражений. По полученным трассам однократных отражений с помощью процедуры лучевой векторной инверсии были восстановлены значения коэффициентов отражений по нормали к границе (как для P-, так и для S-волн), а также углы наклона границ (см. рис. 3, 4, 5). Отметим, что рассчитанные коэффициенты отражения на обоих профилях соответствуют заложенным значениям. Глубина отражения от второй сейсмической границы соответствует ее наклону. Углы наклона при обработке мигрированного поля восстановились с заметной погрешностью, что объясняется более высоким уровнем шумов в продолженном поле. Пунктирная линия на графиках зависимости углов наклона границ от глубины соответствует однородным пластам, где отсутствуют отраженные волны, и поэтому значение угла в этом случае фактически является углом подхода прямой волны в данную точку.

Очевидно, что после проведения аналогичной обработки продолженного поля на нескольких профилях полученные распределения коэффициентов отражения формируют изображение среды (по продольным и по поперечным волнам). При этом амплитуды на изображении соответствуют реальным коэффициентам отражения вдоль нормали к границе.

5. Выводы

Таким образом, разработан принципиально новый подход к миграции векторных волновых полей. В результате миграции формируется векторное изображение среды, которое может интерпретироваться как векторный коэффициент отражения или как модуль коэффициента отражения по нормали к границе. Этот результат подтвержден вычислительным экспериментом. Кроме того, возможно получение аналогичного изображения для коэффициента отражения для поперечных волн.

Литература

1. Д.Ф. Клаербоут. Теоретические основы обработки геофизической информации. М.: Недра, 1981.
2. Е. Газдаг, П. Сгуадзеро. Миграционное преобразование сейсмических данных. ТИИЭР. 1974. 72. №10. С. 83–99.
3. J. Zahradnik, E. Priolo. Heterogeneous formulations of elastodynamic equations and finite-difference schemes. Geophysics. 1995. 60. P. 663–676.
4. R. Stacey. Improved transparent boundary formulations for the elastic-wave equation. Bull. Seism. Soc. Am. 1988. 78. P. 2089–2097.
5. А.В. Баев, А.А. Табаков, И.Е. Солтан, И.В. Яковлев. Оценка динамической представительности векторной конечно-разностной миграции данных ВСП. Материалы научно-практической конференции «Гальперинские чтения-2002». 2002. С. 16-17.

Список иллюстраций