

# ВЕКТОРНАЯ МИГРАЦИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ НА МАТЕРИАЛАХ ВСП

\* А.В. Баев<sup>1</sup>, И.Е. Солтан<sup>2</sup>, А.А. Табаков<sup>3</sup>, И.В. Яковлев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет, 119899, Москва, Воробьевы горы; <sup>2</sup> ООО «Геоверс»;

<sup>3</sup> ОАО «Центральная геофизическая экспедиция»

## Vector migration of VSP wave-fields

\* A.V. Baev<sup>1</sup>, I.E. Soltan<sup>2</sup>, A.A. Tabakov<sup>3</sup>, I.V. Yakovlev<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Moscow State University, Vorobjovy Gory, Moscow 119899, Russia; <sup>2</sup> Geovers Ltd.;

<sup>3</sup> JSC Central Geophysical Expedition

### Summary

In this paper we introduce a seismic migration method based on an optimization approach. 3C VSP seismic records are used as source data. As a result, a field of vector reflection coefficient is recovered. This 3C coefficient represents an image of the media. There are two significant features of the proposed method. First, it uses input seismic traces as a source function in the back propagation problem. This allows us to use initial data recorded only on the well. Second, a strong separation between migration and inversion procedures guarantees an efficiency and stability of the algorithm constructed for a solution of the problem. It is clear that in this approach the seismic field migrated to any vertical line in an object domain can be processed by means of regular VSP techniques. So, reconstruction of the image of the media appears to be an inversion procedure applied to migrated data on every vertical line in an investigated geological section. For dipping horizons any other direction of the reconstructed profile may be applied. 3C surface data can be also migrated in the same way.

### Аннотация

В работе предлагается метод миграции, основанный на оптимизационной постановке. В качестве исходных данных используются трехкомпонентные трассы ВСП. В результате формируется изображение среды в виде векторного коэффициента отражения. Метод характеризуется двумя основными чертами. Во-первых, исходное волновое поле рассматривается в задаче продолжения поля с обратным временем в качестве источника. Это позволяет использовать только данные, зарегистрированные на скважине. Во-вторых, четкое разделение этапов миграции и инверсии гарантирует эффективность и устойчивость алгоритма решения задачи. Очевидно, что при таком подходе продолженное поле может быть подвергнуто стандартной обработке данных ВСП на любом вертикальном сечении исследуемой области, а процесс построения изображения среды оказывается процедурой инверсии в каждом из таких сечений. В случае наклонных границ могут быть использованы сечения произвольных направлений. Предложенная процедура также применима и к векторным данным наземной сейсморазведки.

### 1. Постановка задачи

В работе предлагается метод миграции [1], основанный на оптимизационной постановке. В качестве исходных данных используются трехкомпонентные (векторные) трассы ВСП в схеме с поверхностным источником. Предполагается, что априорно задаваемая опорная модель среды правильно отражает основные скоростные параметры разреза. Форма импульса источника считается неизвестной.

Прежде чем переходить к математической постановке задачи, дадим качественное описание предлагаемого подхода. Первым основным моментом метода является то, что зарегистрированное на скважине волновое поле используется не как краевое условие [2], а как источник волн в задаче продолжения с обратным временем. Такой подход теоретически снимает проблему задания исходной информации при неполной апертуре и знания выводящих производных.

Второй основной чертой предлагаемого метода является четкое разделение этапов миграции и инверсии векторных полей. Дело в том, что продолжение сейсмического поля со скважины в опорную среду является линейной задачей. Несмотря на то, что эта задача некорректна, удается построить устойчивый метод ее решения. Задача построения изображения среды, то есть инверсия продолженного поля, является нелинейной и также некорректной. Поскольку для решения этой задачи можно привлечь существенную априорную информацию о среде, то такое разделение

миграции и инверсии оказывается наиболее эффективным. Кроме того, при таком подходе продолженное поле подвергается обработке в режиме стандартной интерпретации данных ВСП на скважине. Такая скважина является, очевидно, воображаемой, а сам процесс построения изображения среды оказывается процедурой инверсии в каждом из сечений, как правило, вертикальном.

Пусть распространение упругих волн в рассматриваемой области  $\Omega$  описывается уравнением

$$\mathbf{u}_{tt} - L\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [-t_0, T],$$

где  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  — вектор смещений,  $L$  — оператор Ламэ в неоднородной среде,  $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$  — источник колебаний. Оператор упругости  $L$  соответствует неизвестной среде с акустической жесткостью  $\kappa = \kappa(\mathbf{k})$ , которой соответствует векторный коэффициент отражения  $\mathbf{k}(\mathbf{r}) = -(2\kappa)^{-1}\nabla\kappa$ .

Задание опорной модели среды с жесткостью  $\kappa_0$ , соответствующей коэффициенту отражения  $\mathbf{k}_0$ , определяет  $L^0$  такой, что

$$\mathbf{u}_{tt} - L^0\mathbf{u} + \hat{\mathbf{R}}\delta\mathbf{k} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [-t_0, T], \quad (1.1)$$

где  $\hat{\mathbf{R}}$  — тензор, выражающийся через тензор напряжений  $\hat{\mathbf{\sigma}}(\mathbf{u}^0)$ ,  $\mathbf{u}^0$  — решение (1.1) при  $\mathbf{k} = \mathbf{k}^0$ .

На границе области  $\Omega$  задаются диссипативные условия, соответствующие отсутствию отраженных волн. Начальные условия полагаются нулевыми. В качестве исходной информации для процедуры миграции задается векторное поле смещений на скважине — множестве  $\Omega_1 \subset \Omega$ :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{r} \in \Omega_1, \quad t \in [0, T].$$

Окончательной задачей является построение изображения среды с акустическим импедансом  $\kappa(\mathbf{k})$  и определение векторного коэффициента  $\mathbf{k}(\mathbf{r})$  в каждой точке  $\mathbf{r}$  области  $\Omega \setminus \Omega_0$ .

## 2. Продолжение волнового поля

Будем искать продолжение волнового поля  $\tilde{\mathbf{u}}$  с множества  $\Omega_1$  на  $\Omega$  как такое поле, которое, с одной стороны, наименее уклоняется от  $\tilde{\mathbf{u}}$  на  $\Omega_1$ , а с другой, является волновым полем в области  $\Omega \setminus \Omega_1$ . Продолженное таким образом поле  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  является решением следующей вариационной задачи с ограничениями:

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^T \int_{\Omega_1} \|\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}\|^2 drdt \rightarrow \min_{\mathbf{u}} \quad \text{при} \quad \mathbf{u}_{tt} - L^0\mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0, T], \quad (2.1)$$

и выполняются диссипативные граничные условия.

Для решения этой вариационной задачи использован метод множителей Лагранжа.

Из рассмотрения вариационной задачи можно найти  $\text{grad} J(\mathbf{u})$ . Знание градиента функционала  $J(\mathbf{u})$  позволяет построить продолженное поле на основе итерационного метода минимизации. Практика показывает, что уже первая итерация дает достаточно хорошее приближение к продолженному полю. Это объясняется тем, что первая итерация полностью содержит информацию об однократно отраженных волнах.

Для начала процедуры минимизации требуется задать начальное приближение  $\mathbf{u}^0$ . Зададим его как решение уравнения

$$\mathbf{u}_{tt} - L^0\mathbf{u} = \chi(\Omega_1)(\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}), \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0, T], \quad (2.2)$$

с нулевыми начальными условиями при  $t = T$  и диссипативными граничными условиями.

Из (2.1)–(2.2) находим, что  $\text{grad} J(\mathbf{u}) = -\mathbf{u}_t^0$ . Отсюда, согласно методу спуска при шаге  $\alpha_0$ , имеем

$$\mathbf{u}^1 = \mathbf{u}^0 + \alpha_0\mathbf{u}_t^0, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0, T].$$

## 3. Инверсия продолженного поля

Задачу построения изображения среды по векторному полю, зарегистрированному на скважине, сформулируем следующим образом. Найти такой коэффициент отражения  $\mathbf{k}(\mathbf{r})$  в области  $\Omega$ , чтобы соответствующее ему поле  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}$  наименее уклонялось от  $\tilde{\mathbf{u}}$  на  $\Omega_1$  при  $t \in [0, T]$ . Такая постановка приводит к задаче минимизации по  $\mathbf{k}$  функционала

$$\Phi(\mathbf{k}) = \int_0^T \int_{\Omega_1} \|\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}\|^2 drdt \quad \text{при} \quad \mathbf{u}_{tt} - L\mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0, T]. \quad (3.1)$$

Очевидно, что решение этой задачи приводит к такому же результату, что и инверсия продолженного поля. Функционал (2.1), определяющий продолженное поле, является квадратичным,

а (3.1) нет, поэтому решение задачи (2.1) предпочтительнее. Следует заметить, что функционал (3.1) обладает следующим важным свойством, вытекающим из природы рассматриваемой задачи. Если  $\tilde{\mathbf{u}}$  задано точно, то (3.1) имеет единственную точку минимума, в которой  $\Phi_{\min} = 0$ .

Анализ продолженного поля показывает, что его особенности отражают наличие рассеивателей в опорной среде. Для их определения рассмотрим процедуру минимизации функционала (3.1) с помощью метода градиентного спуска. При построении градиента  $\Phi(\mathbf{k})$  используем метод множителей Лагранжа. Оказывается, что множитель Лагранжа удовлетворяет той же задаче с обратным временем, что и для продолженного поля.

Детальное рассмотрение задачи минимизации  $\Phi(\mathbf{k})$  позволяет эффективно решить задачу построения  $\text{grad } \Phi(\mathbf{k})$ . Метод градиентного спуска в точке  $\mathbf{k}^0$  дает следующий результат:

$$\delta \mathbf{k} = \frac{2\alpha_0}{\alpha_0} \int_0^T \hat{\sigma}(\mathbf{u}^0) \mathbf{u}^0 dt, \quad \text{где } \alpha_0 : J(\mathbf{u}^0 + \alpha \mathbf{u}_t^0) \rightarrow \min. \quad (3.2)$$

Формула (3.2) показывает, что продолженное волновое поле однозначно определяет векторный коэффициент отражения. Заметим, что в одномерном скалярном варианте формула (3.2) дает:

$$\delta k(x) = c(k^0) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^T |u^0(x, t)|^2 dt, \quad (3.3)$$

где величина  $c(k^0)$  эффективно определяется.

#### 4. Численное моделирование

Для опробования разработанного метода был проведен следующий вычислительный эксперимент. В среде с одной горизонтальной границей раздела для источника продольных волн, расположенном на удалении 500 м от вертикальной скважины рассчитано векторное поле ВСП (рис.1) в интервале глубин 10–870 м. Скорости продольных волн в верхнем и нижнем слое равны соответственно 2000 м/с и 3000 м/с, скорости поперечных волн взяты вдвое меньшими, плотность во всей области постоянна.

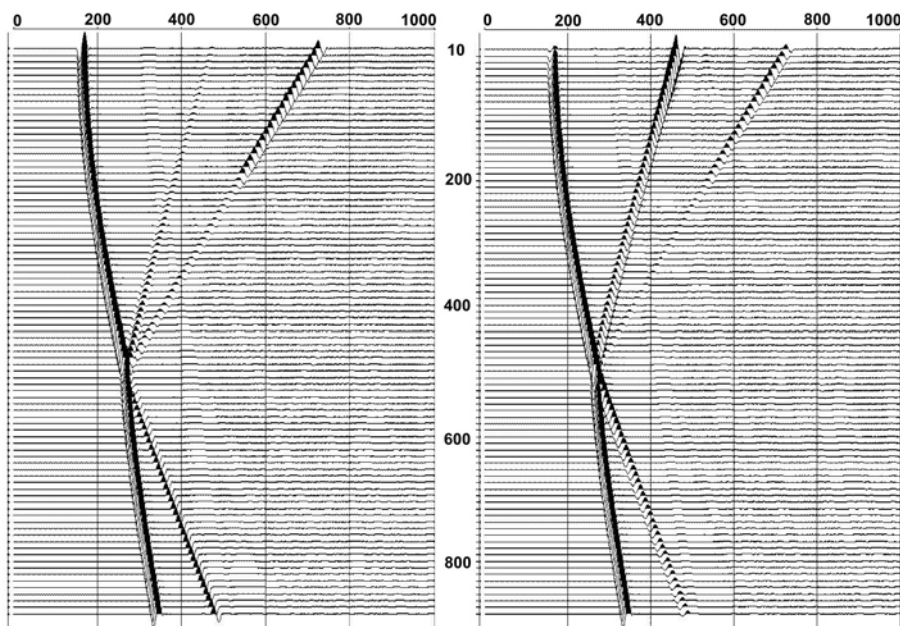


Рис.1. Модельное волновое поле. Слева  $x$ -компонента, справа  $z$ -компонента.

Решение уравнения распространения упругих колебаний осуществлялось методом конечных разностей с применением консервативной разностной схемы [3]. Размер пространственной ячейки по обеим координатам положен равным 1 м, шаг дискретизации по времени — 0.2 мс. Для исключения влияния границ расчетной области на результат моделирования были использованы неотражающие краевые условия второго порядка [4].

Волновое поле, вычисленное продолжением в обратном времени на фиктивном профиле, удаленном на 100 м от скважины в сторону пункта возбуждения, приведено на рис.2. Изображение среды в форме векторных коэффициентов отражения сформировано по упрощенному алгоритму в соответствии с (3.3). Результирующие изображения в двух компонентах показаны на рис.3.

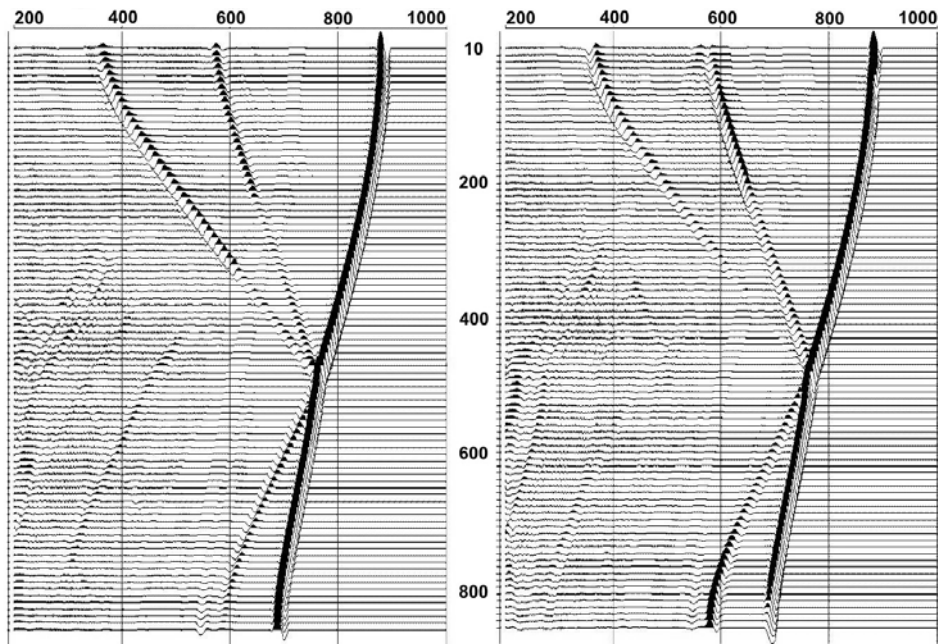


Рис.2. Продолженное волновое поле (обратное время). Слева  $x$ -компонента, справа  $z$ -компонента.

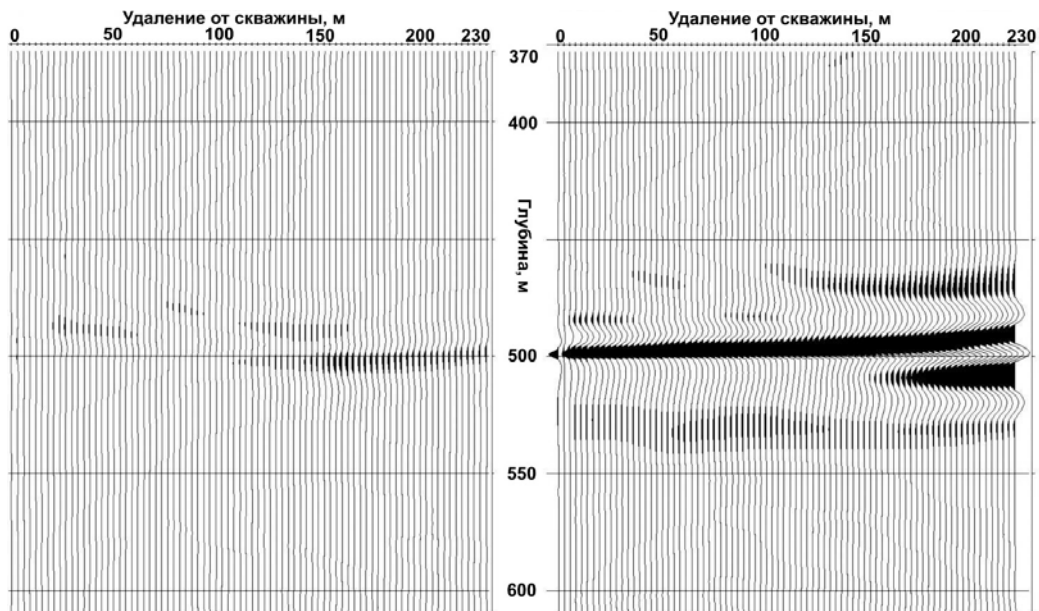


Рис.3. Изображение разреза. Слева  $x$ -компонента, справа  $z$ -компонента коэффициента отражения.

## 5. Выводы

В работе предложен метод миграции 3С волновых полей, позволяющий строить изображение среды, являющееся, по сути, векторным коэффициентом отражения. Результат подтвержден как теоретически, так и вычислительным экспериментом. Авторы полагают, что возможно получение аналогичного изображения для коэффициента отражения для поперечных волн. Кроме того, возможно применение такого подхода и к трехкомпонентным данным наземной сейсморазведки.

## Литература

1. Д. Клаербоут. Теоретические основы обработки геофизической информации. М.: Недра, 1981.
2. Е. Газдаг, П. Сгуадзеро. Миграционное преобразование сейсмических данных. ТИИЭР. 1974. 72. №10. С. 83–99.
3. J. Zahradnik, E. Priolo. Heterogeneous formulations of elastodynamic equations and finite-difference schemes. Geophysics. 1995. 60. P. 663–676.
4. R. Stacey. Improved transparent boundary formulations for the elastic-wave equation. Bull. Seism. Soc. Am. 1988. 78. P. 2089–2097.