

К ВОПРОСУ О СУЩЕСТВОВАНИИ ВОЛН СЖАТИЯ И СДВИГА В НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ СРЕДАХ

А.В. Баев

(Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова)

ON EXISTENCE OF PRESSURE AND SHEAR WAVES IN INHOMOGENEOUS ELASTIC MEDIA

A.V. Baev

(Lomonosov Moscow State University)

Аннотация. Рассматривается система волновых уравнений, описывающая распространение волн сжатия и сдвига в неоднородной упругой среде.

Abstract. We consider a system of wave equations describing the propagation of pressure and shear waves in an inhomogeneous elastic medium.

Уравнения Ламэ полностью описывают распространение упругих полей в неоднородных изотропных средах. Разделение поля сейсмических волн на основе поляризации на продольные и поперечные по отношению к волновому фронту справедливо лишь в однородных средах. Более точное название, принятое в литературе для этих и -волн — волны сжатия и сдвига.

В работе предлагается ввести понятие и -волн в неоднородных средах на основе определяющих эти волны уравнений. Вводимое понятие совпадает с определением волн сжатия и сдвига в случае однородной среды. Необходимым требованием к такому определению является инвариантность относительно выбора системы координат и выполнение уравнений Ламэ.

Пусть — поле смещений упругой среды, — плотность и упругие параметры среды. Уравнение Ламэ в смещениях имеет вид

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}, \quad (1)$$

где — тензор линейных деформаций. Эта система гиперболического типа определяет две скорости распространения колебаний среды, а именно и . Для того, чтобы разложить сейсмическое поле на волны сжатия и волны сдвига , требуется представить векторное поле в виде суммы и доказать, что такое представление единственно.

Будем считать, что являются достаточно гладкими функциями.

Рассмотрим следующую систему уравнений:

(2)

где α — скалярное, β — векторное и γ — тензорное произведение векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} . Очевидно, что система (2) инвариантна относительно выбора системы координат.

ТЕОРЕМА. *Решение уравнения Ламэ (1) однозначно представимо в виде $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$, где $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ — решение системы (2).*

Это утверждение позволяет ввести корректное определение волн сжатия и сдвига в неоднородных средах.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Волнами сжатия и сдвига в неоднородной среде называются решения \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 системы (2).*

Система (2) является непрерывным инвариантным относительно выбора системы координат аналогом системы уравнений, возникающей при решении задачи о падении плоской волны на плоскую границу раздела двух однородных упругих сред (так называемая система уравнений Нотта-Цёприттца). Уравнения в форме (2) позволяют изучить вклад каждого из параметров среды в возникновение обменных и рассеянных волн различного типа в произвольных неоднородных изотропных средах.